

# 边界层流动中湍流斑形成机制的数值研究\*

陆昌根<sup>1\*\*</sup> 陈耀登<sup>1</sup> 戚琴娟<sup>2</sup>

南京信息工程大学 1. 大气科学学院; 2. 公共管理学院, 南京 210044

**摘要** 边界层流动中层流向湍流的转捩是一个古老但仍没有解决的问题, 虽然对转捩过程的探索已付出了艰苦的努力, 但依然有一个重要的物理过程还没有弄清楚, 即转捩过程中湍流斑形成的原因以及湍流斑的运动特征是什么, 这些问题正有待于人们做进一步的研究. 文中提出以壁面局部脉冲形式的小扰动来模拟边界层流动中湍流斑的初始扰动场, 采用紧致有限差分的方法, 数值模拟了边界层流动中湍流斑的生成和演化规律; 结果显示, 它们在好多方面反映出湍流斑的基本特征.

**关键词** 边界层 湍流斑 局部脉冲 数值模拟

在边界层流动中层流向湍流转捩的过程, 经常在某种条件下出现具有一定特征的局部湍流区域, 在这局部区域范围以外仍然保持着层流运动的性质, 但在该局部区域内部却存在着大涡结构和随机脉动的小涡结构以及 Reynolds 应力等湍流特征, 这被称作为局部湍流区——湍流斑, 它们在层流-湍流的转捩过程中起着相当重要的作用. 自从 20 世纪中叶发现湍流斑以来, 许多学者在这方面做了许多研究工作, 并在边界层<sup>[1]</sup>, Poiseuille<sup>[2]</sup>, Couette<sup>[3]</sup>及剪切流动<sup>[4]</sup>中的湍流斑研究已取得了一些有意义的结果. 但是, 对湍流斑的起因、形成机制以及演化机理等等许多问题仍然还不完全清楚, 这将有待于人们做进一步深入的研究和探索.

实验可知, 在不同的实验装置和外部条件作用下, 层流-湍流转捩的过程是不同的, 这说明了初始扰动量(如振动、噪声、表面粗糙度)对层流向湍流转捩的实际途径有着很大的影响, 这些外部扰动都是常见的扰动形式, 它们都有可能是诱导湍流斑形成的重要因素之一. 考虑到边界层流动中湍流斑形成的复杂性, 再结合实际情况和某

些实验结果, 本文提出以壁面局部脉冲形式的小扰动来模拟边界层流动中湍流斑形成的初始小扰动场, 再采用高精度、高分辨率的紧致有限差分方法<sup>[5]</sup>, 直接数值模拟了边界层流动中湍流斑的生成及演化规律. 本文对该问题的深入探讨, 将使层流向湍流转捩过程的机理更加清楚, 也对进一步理解和认识湍流斑的形成和发展过程以及湍流的产生与演变、动量与能量传递规律等机制均起到十分重要的理论意义.

## 1 基本方程和计算方法

基本方程是 N-S 方程和连续性方程

$$\partial \mathbf{u} / \partial t + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p + (1/\text{Re}) \nabla^2 \mathbf{u} \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2)$$

其中 Re 为 Reynolds 数,  $\nabla$  为梯度算子,  $\nabla^2$  为 Laplace 算子;  $\mathbf{u} = \mathbf{U} + \mathbf{u}'$  为速度场,  $\mathbf{U}$  为基本速度场,  $\mathbf{u}'$  为湍流斑的小扰动速度场;  $p = P + p'$  为压力,  $P$  为基本压力,  $p'$  为湍流斑的小扰动压力. 基本速度场  $\mathbf{U}$ , 基本压力  $P$  均已知, 直接数值模拟

2009-01-08 收稿, 2009-02-20 收修改稿

\* 国家自然科学基金(批准号: 10872097)和江苏省自然科学基金(批准号: BK2007178)资助项目

\*\* E-mail: lu678q@163.com

N-S方程求得该解，其计算区域的入口和出口边界条件为Blasius解，数值求解方法见文献[5]，此处省略。

无量纲特征长度和特征速度，分别取进口边界层厚度 $\delta$ 和无穷远来流速度 $U_\infty$ ， $Re$ 为雷诺数，且 $Re=U_\infty \cdot \delta/\nu=3250$ ， $\nu$ 为运动粘性系数。对基本方程(1)，(2)进行直接数值模拟，其时间导数运用三阶混合显-隐的分裂格式，空间导数在 $x$ 和 $y$ 向采用非等间距网格的紧致有限差分和在 $z$ 向采用Fourier谱方法相结合。具体数值方法详见文献[5]，时间步长为0.015。

## 2 计算区域和边界条件

计算区域：

流向： $0 \leq x \leq 120$ ；

法向： $0 \leq y \leq 6$ ；

展向： $-7.2 \leq z \leq 7.2$ 。

计算网格： $\{x, y, z\} = \{240, 200, 32\}$ 。

入口边界条件： $x=0, u=v=w=0,$

$$\partial p / \partial x = 0;$$

出口边界条件： $x=120$ ，速度、压力无反射流出边界条件；

边界层外缘边界条件为：

$$y=6, \partial u / \partial y = 0, \partial v / \partial y = 0,$$

$$\partial w / \partial y = 0, p = 0;$$

壁面边界条件： $y=0, u=v=w=0;$

$$\partial p / \partial y = 0.$$

## 3 湍流斑的初始小扰动场

无量纲脉冲时间 $t \leq 10$ ，壁面局部脉冲形式的小扰动来模拟边界层流动中湍流斑的初始小扰动场：

$$v = A_0 \sin[\pi(x-x_0)/L_x] \cos(\pi z/L_z)$$

其中 $A_0$ 为初始幅值，且 $-1 \leq (x-x_0)/L_x \leq 1$ 和 $-0.5 \leq z/L_z \leq 0.5$ ；壁面局部脉冲小扰动的等值线分布，如图1所示，实线为正，虚线为负。

## 4 数值结果与分析

图2给出不同初始幅值( $A_0 = 0.015, 0.017, 0.019$ )情况下，在边界层转换过程中湍流斑的产生

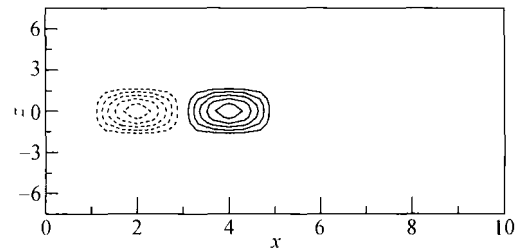


图1 壁面法向扰动速度的等值线分布

和发展的幅值演化规律，其幅值 $A$ 定义为：

$$A = \sqrt{|u|_{\max}^2 + |v|_{\max}^2 + |w|_{\max}^2} \quad (3)$$

图1所示是壁面局部脉冲的初始小扰动场，用它来诱导激发边界层流动中湍流斑形成的理论机制，其边界层流动中湍流斑形成的幅值随时间的演化规律展示于图2中。从图2可知，对于不同的初始幅值，无论何种情况，起始阶段边界层流动中湍流斑的幅值均近似按线性规律增长；当脉冲时间 $t \geq 10$ 时，湍流斑的幅值有一突然下降的短暂过程，原因是由于加入到边界层区域内的小扰动突然消失所导致；随后湍流斑的幅值又缓慢增长起来，仍近似满足线性规律增长；在整个初始发展阶段，湍流斑的增长率基本上以线性关系发展。但是，当湍流斑演化到一定的程度时，其幅值开始加速增长，其增长速率越演越烈，最后几乎近似按几何级数规律快速发展。另外，从图2还可知，壁面局部脉冲的初始小扰动的初始幅值对边界层流动中湍流斑的形成也起着决定性的作用，要使边界层流动中产生湍流斑，必须要有足够大的外部扰动才能激发形成湍流斑，否则将不可能在边界层流动中有湍流斑的出现及演化的物理机制。

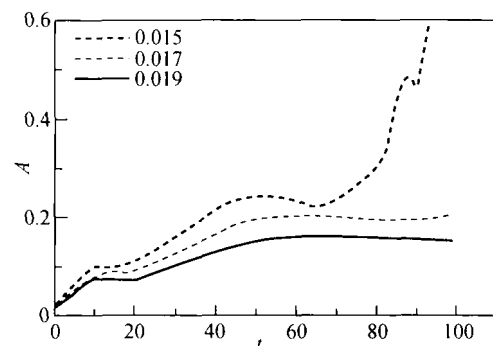


图2 幅值随时间变化

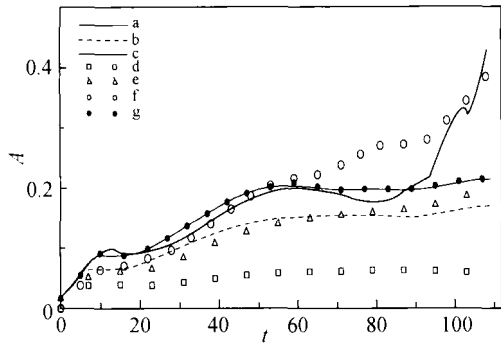


图3 不同局部脉冲类型对湍流斑形成的影响

以壁面局部脉冲形式的初始小扰动的初始幅值  $A_0=0.017$  为例来讨论不同局部脉冲类型对湍流斑形成的影响, 壁面局部脉冲形式的初始小扰动的影响区域仍为图1所示. 通过改变加入到边界层流动中初始小扰动的长短或者以不同振荡的方式来诱导激发湍流斑形成的幅值演化来反映它们对湍流斑形成的影响. 结果如图3所示. a表示图1的情况, 脉冲时间  $t \leq 10$ ; b为脉冲时间  $t \leq 6$ ; c为脉冲时间  $t \leq 14$ ; d为正弦振荡的方式:

$$v = A_0 \sin[\pi(x - x_0)/L_x] \cos(\pi z/L_z) \sin \omega t$$

$t \leq 10$ , 振荡频率  $\omega = 2\pi/10$ ; e为正弦振荡,  $t \leq 15$ ,  $\omega = 2\pi/15$ ; f为正弦振荡  $t \leq 20$ ,  $\omega = 2\pi/20$ ; g为先加脉冲时间  $t \leq 10$  后, 再当  $50 \leq t \leq 60$  时在原位置加载相同的局部脉冲形式的初始小扰动场. 当局部脉冲形式的初始小扰动的加载时间减少到6时, 诱导产生湍流斑的幅值增长明显小于a的情况; 当局部脉冲形式的初始小扰动的加载时间增加到14时, 诱导产生湍流斑的幅值能够快速的增长起来, 这说明加入到边界层流动中的局部脉冲形式的初始小扰动的的时间越长, 即输入到边界层流动中的能量就越多, 这将更有利于激发出湍流斑形成的物理机制. 若壁面局部脉冲形式的初始小扰动以一个周期脉冲形式加入, 诱导形成湍流斑幅值演化的趋向随振荡频率的增加而下降, 该结论与流动稳定性理论中的低频扰动波易失稳的概念相一致; 以周期脉冲形式加入的局部脉冲形式的初始小扰动情况d诱导形成湍流斑的幅值演化均小于持续加载同样时间的湍流斑a的情况, 这可能与初始小扰动的总能量对边界

层流动中的贡献有关. 分段时间  $t \leq 10$  与  $50 \leq t \leq 60$  加入到边界层内部的局部脉冲形式的初始小扰动量能诱导激发形成相邻两个湍流斑的现象; 它们前后排列, 相互依邻; 结果可知, 它们之间的非线性相互作用较弱, 幅值演化的趋势仅与加载  $t \leq 10$  时刻诱导形成的单个湍流斑的幅值演化几乎完全相同, 这说明在流向上形成的湍流斑, 各自按自身的演化规律发展, 即相邻两个湍流斑之间的相互干扰、相互作用以及相互影响都比较小.

以壁面局部脉冲形式的初始小扰动来模拟边界层流动中湍流斑的初始扰动场, 激发形成湍流斑后的过程中, 使得边界层内外流层的动量和能量发生交换与掺混, 由此产生较强 Reynolds 应力, Reynolds 应力的形成是湍流斑局部区域中湍流运动的基本特征. 在湍流斑的演化过程中, 它将从边界层的平均流中不断吸收能量,  $-\overline{u \cdot v} \cdot (du_0/dy)$  是湍流斑的能量生成项, 不同初始幅值的局部脉冲形式的初始小扰动来诱导形成湍流斑的 Reynolds 应力在单位时间内的平均做功能力 ( $p$ ), 展示于图4. 随着初始扰动强度的增加, 脉动强度越来越大, 非线性作用越来越强, Reynolds 应力也随之迅速增长, 且从平均流中湍流斑吸取的能量也越来越多. 随着时间的不断推进, 非线性作用的加剧, 使得湍流斑与平均流之间的能量交换能力也急剧增强, 并将随时修正基本流的分布规律, 从而改变平均流的稳定特性, 促使已形成的湍流斑在时空上的快速演变. 反之, 初始扰动幅值的局部脉冲的初始扰动强度越小, 其诱导湍流斑形成的能力就越弱, 甚至根本不可能产生湍流斑的物理机理.

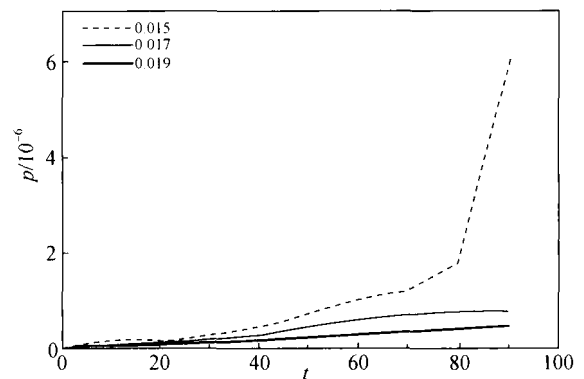


图4 Reynolds 切应力的平均功率随时间的变化

以局部脉冲初始扰动幅值  $A_0 = 0.019$  为例来研究边界层流动中湍流斑形成后的高、低速流体的瞬时速度剖面的变化规律, 图5分别给出了  $t = 10, 30, 50, 70, 90$  时刻在边界层中湍流斑的变化最剧烈的空间位置流向速度在法向上的分布规律. 其中, 虚线表示 Blasius 速度剖面, 实线表示低速流体的瞬时速度剖面, 点划线表示高速流体的瞬时速度剖面. 随着时间的推进, 高、低速流体的速度分布与 Blasius 速度剖面的差异越来越明显, 使得瞬时速度分布规律逐渐发生变形, 产生拐点, 以致于形成速度剖面的严重扭曲, 促进了湍流斑的形成和演化, 从而加速了边界层流动中层流向湍流转变物理过程的发生.

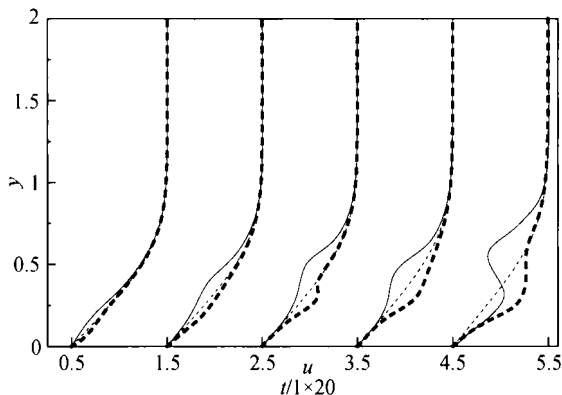


图5 不同时刻的流向瞬时速度剖面

仍以壁面局部脉冲形式的初始小扰动的初始幅值  $A_0 = 0.019$  为例, 分析讨论在  $t = 50, 80$  时刻,  $z-y$  平面上的速度矢量分布, 如图6所示. 随着时间的不断推进, 流向涡逐渐形成, 强度越来越强, 流向涡的涡心渐近远离壁面, 逐渐向上抬升, 升到一定高度时, 两旋涡中间开始形成强烈地上喷运动, 并导致剧烈的振荡以及涡的破碎过程; 在  $t = 80$  时刻, 一对对称的强流向涡基本形成, 且在强流向涡附近也产生了一些不同尺度的小涡结构; 湍流斑的影响区域也在不断扩大, 流体运动的动量和能量的交换能力迅速增强, 这加速了湍流斑的快速形成. 由此可见, 图6展示的是流向涡的形成与快速演变的物理过程, 这又是湍流斑形成的另一个重要特征.

在  $t = 80$  时刻流向涡量的空间分布(其他条件与图6情况相同)如图7所示, 图示可以清楚看到倾斜

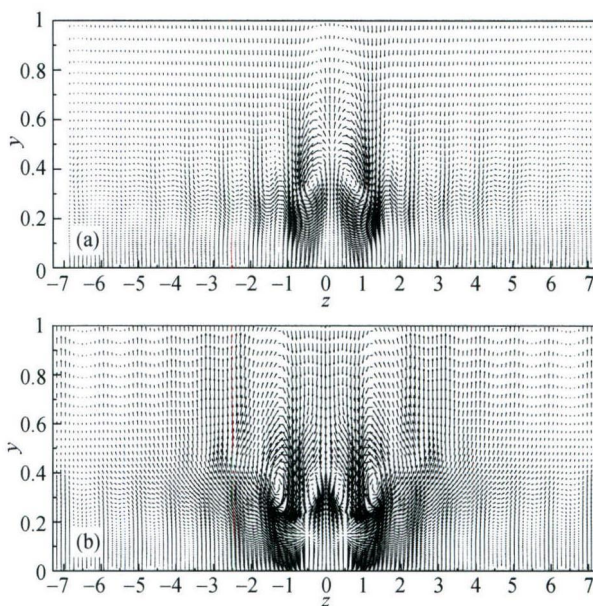


图6  $z-y$  平面速度矢量分布  
(a)  $t = 50$ ; (b)  $t = 80$

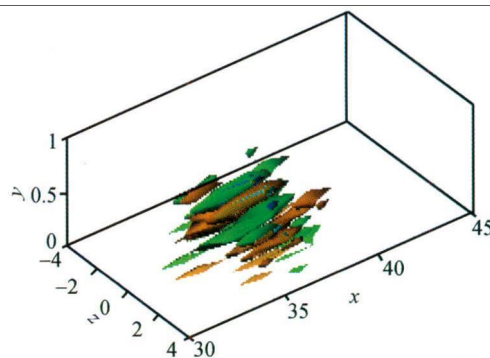


图7  $t = 80$  时刻流向涡量的空间分布

的流向涡管. 流向涡量在  $z = -0.45$  和  $0.45$  位置的等值线分布, 展示于图8(a), (b)中, 实线为正值, 虚线为负值, 等值线间距  $0.25$ , 由此可知, 在展向对称位置上流向涡量的分布结构形状相同、强度相等、方向相反, 并形成正负相间的完整的长条状的流向涡管依附在壁面附近, 且与壁面倾斜一定的角度. 图8(c)给出长条状流向涡量的头部所在  $z-x$  平面 ( $y = 0.2$ ) 的展向涡量的等值线分布, 等值线间距  $0.2$ , 正负相反的条状流向涡量由符号为负的展向涡量为桥顶相连接; 上述结论与发卡涡的成因和演化规律的某些特性相类似. 这里考虑到空间流向涡展示的复杂性, 采用流向涡量来表示涡的空间结

构和分布间接反映各种涡结构的空分布和性质。从图 6—8 可知, 由于边界层流动中引入局部脉冲形式的初始小扰动后, 由于初始小扰动量和平均流之间非线性相互作用的不断增强, 使得在边界层流动中快速形成了流向涡、展向涡及发夹涡等其他不同尺度的涡结构, 使得局部小扰动区域不断扩大、扰动强度也在迅速增长, 并出现高频振荡、涡的破碎以及脉动现象, 流场呈现出较强的三维特征等等。上述所表现出的流体运动特征, 正反映了湍流的基本特征, 既有序的大尺度旋涡和随机的无规则的小尺度涡结构, 这再次充分说明了边界层流动中局部湍流产生的基本现象, 也说明了边界层流动中湍流斑已充分形成。

图 9 分别给出了  $t=20, 80$  时刻, 湍流斑在  $y-x$  平面内流向扰动的速度分布规律 ( $A_0 = 0.019$ ), 用等值线( $z=0$ )来展示, 其等值线间距为 0.02, 且实线表示正值, 虚线表示负值。由图示可知, 随着时间的不断推进, 湍流斑在  $y-x$  平面内流向扰动速度分布的影响区域在不断扩大、并在流

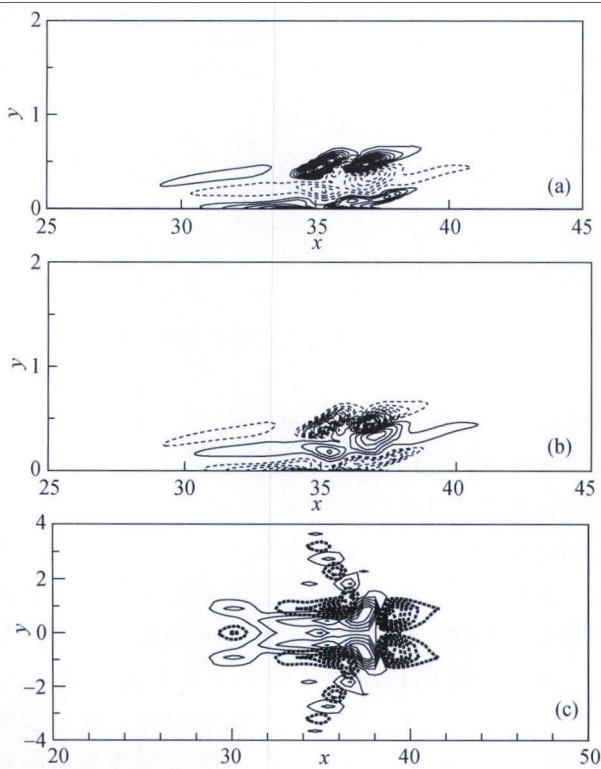


图 8 流向涡量与展向涡量的等值线分布 ( $t=80$ )  
(a) 流向涡量的等值线 ( $z=-0.45$ ); (b) 流向涡量的等值线 ( $z=0.45$ ); (c) 展向涡量的等值线 ( $y=0.2$ )

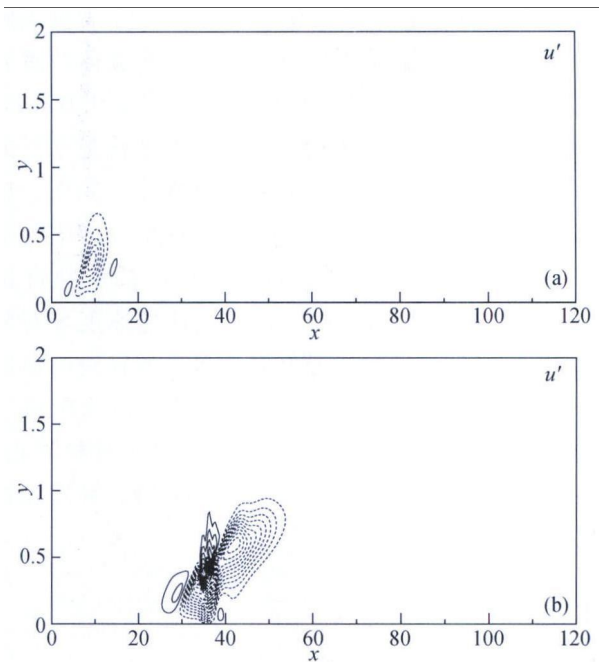


图 9 流向扰动速度等值线分布  
(a)  $t=20$ ; (b)  $t=80$

向上逐渐拉伸; 随着湍流斑的不断发展, 图 9 展示, 多数流向扰动速度都呈现出负值, 这表明在边界层流动中壁面附近的低速流体有抬升现象, 即低速流体远离壁面, 使得边界层的厚度在不断增加, 湍流斑形状的演变也呈现出无规则的非均匀分布形式。当  $t \leq 20$  时, 湍流斑在  $y-x$  平面内流向扰动速度分布形状较有规律, 正、负流向扰动速度相互交错、结构分明, 两者之间的相互作用较弱, 并保持有序的运动特征; 当  $t > 20$  时, 湍流斑在  $y-x$  平面内流向扰动速度分布形状逐渐变形, 正、负扰动速度相互交错变得较为复杂, 两者之间的非线性相互作用逐渐增强; 到  $t \geq 80$  时刻, 湍流斑的形状会演化得更加复杂无序。以上描述湍流斑的形状和内部物理特征与实验结果基本符合<sup>[6]</sup>。

## 5 结论

文中以局部脉冲形式的初始小扰动来模拟湍流斑形成的初始扰动场, 采用高精度、高分辨率的紧致有限差分方法, 直接数值模拟了边界层流动中湍流斑形成的物理机制和演化规律。数值结果显示, 边界层流动中湍流斑的生成和演化过程是十分复杂的, 局部扰动逐渐发展成三维扰动后

迅速增长,产生有序的流向涡、展向涡及发夹涡等不同尺度的涡旋结构,同时随机脉动量也在不断产生和增强,出现迅速增大的 Reynolds 应力和壁面附近的低速流体伴有抬升的物理现象,形成湍流斑的影响区域越来越大,并沿流向有拉伸,湍流斑的形状变得越来越复杂等特征.边界层流动中湍流斑的形成主要取决于局部脉动的类型、扰动强度以及扰动频率等因素.要使边界层内产生湍流斑,必须要有足够大的外部扰动才能激发形成湍流斑,否则将不可能在边界层内形成湍流斑等一些复杂的物理过程.另外,在湍流斑形成和发展的过程中,非线性作用也是关键因素之一,并和模拟湍流斑的初始扰动等因素紧密相关;湍流斑的形成和演化规律十分复杂,一般先从一维扰动逐渐演变为三维扰动,然后出现强烈的速度和压力脉动,发生剧烈的振荡和涡的破碎过程,并产生较强的 Reynolds 应力,最终形成湍流斑.

### 参 考 文 献

- 1 Gad-el-Hak M, Blackwelder RF, Riley JJ. On the growth of turbulent regions in laminar boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 1981, 110: 73—79
- 2 Henningson D, Spalart P, Kim J. Numerical simulations of turbulent spots in plane Poiseuille and boundary layer flow. *Phys Fluids*, 1987, 30: 2194—2196
- 3 Das A, Mathew J. Direct numerical of turbulent spots. *Computer & Fluids*, 2001, 30: 532—541
- 4 张立,唐登斌.近壁剪切流动中湍流斑的非线性演化. *中国科学, G 辑*, 2006, 36(1): 103—112
- 5 Lu CG, Cao WD, Qian JH. A study on numerical method of Navier-Stokes equations and nonlinear evolution of the coherent structure in a laminar boundary layer. *Journal of Hydrodynamics, Ser B*, 2006, 18(3): 110—116
- 6 Carlson DR, Widnall SE, Peeters MF. A flow visualization study of transition in plane Poiseuille flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 1982, 121: 487—505